Conclusion : $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$

c) $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} = 0$ ($\sqrt{n+1} \to +\infty$)

Donc (u_n) est convergente et $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$

2) a) $\forall n \in \mathbb{N}$; $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}^2} = \frac{1}{\frac{u_n^2}{u_n^2+1}} = \frac{u_n^2+1}{u_n^2}$

$\forall n \in \mathbb{N}$; $v_{n+1} - v_n = \frac{u_n^2+1}{u_n^2} - \frac{1}{u_n^2}$

$= \frac{u_n^2+1-1}{u_n^2} = \frac{u_n^2}{u_n^2} = 1$

Donc v est une suite arithmétique de raison

$r = 1$ et de premier terme $v_0 = \frac{1}{u_0^2} = 1$

b) $\forall n \in \mathbb{N}$; $v_n = v_0 + n.r$

et $v_0 = 1$ et $r = 1$

Donc $v_n = 1 + n$ $\forall n \in \mathbb{N}$